

Vakoverstijgend rekenen

Een wereld van verschil

Hoe komt het toch dat zoveel leerlingen op de middelbare school moeite hebben met rekenen? Waardoor is rekenen met procenten en verhoudingen voor leerlingen zo lastig? Daarmee wordt uitgebreid geoefend bij economie, natuurkunde, scheikunde en wiskunde, maar toch hebben leerlingen nog steeds moeite met dit ogenschijnlijk eenvoudige rekenwerk. Bij dit hardnekkige probleem kan een gezamenlijke aanpak een wereld van verschil maken. Vakoverstijgend rekenen blijkt een effectieve interventie te zijn, en past daarmee bij de ambitieuze plannen van Den Haag.

Een belangrijk probleem bij rekenen is dat elk vak zijn eigen tradities kent. Zo gebruiken basisscholen voor het rekenen met procenten een andere aanpak dan de meeste wiskundeboeken. En economie en natuurkunde hebben hiervoor weer ieder hun eigen aanpak.

Een ander probleem is dat er in het po en in de eerste jaren van het vo veel nadruk ligt op het automatiseren van rekenvaardigheden. Daardoor kunnen de leerlingen die opgaven wel maken, maar ze begrijpen eigenlijk niet goed wat ze aan het doen zijn. Dan wordt het dubbel lastig om bij een ander vak een andere aanpak te moeten gebruiken voor hetzelfde rekenwerk.

Op enkele scholen is het gelukt om die verschillen tussen de vakken te overbruggen. Dan blijkt dat met een paar eenvoudige afspraken de kwaliteit van het rekenonderwijs een flinke sprong kan maken. Een sprong die zo groot is dat het effect goed zichtbaar is in examenresultaten. En het geeft meer leerlingen de kans om economie, scheikunde of natuurkunde te kiezen in hun pakket. Een wereld van verschil met een bescheiden inspanning.

Die afspraken gaan met name over rekenen met procenten en verhoudingen. Leerlingen zien al snel in dat die aanpak in veel meer situaties bruikbaar is. Bovendien is die aanpak overzichtelijk en verrassend eenvoudig. Leerlingen begrijpen daardoor beter wat ze aan het berekenen zijn.

Verhoudingstabel

De basis van die aanpak is de verhoudingstabel, maar dan wel een tabel waarbij de eenheden niet links van of boven de tabel staan. De eenheden staan juist achter elk getal. Dat heeft twee voordelen. Leerlingen overzien door die eenheden beter wat de getallen betekenen, en maken daardoor minder fouten. Daarnaast werkt een verhoudingstabel sneller en overzichtelijker bij het omrekenen van eenheden (van uur naar seconde of van liter naar kubieke centimeter). Dat leidt ook tot minder fouten.

Op de basisschool maken de meeste leerlingen al kennis met de verhoudingstabel. Die wordt daar gebruikt voor berekeningen met procenten. Als tussenstap wordt daarbij eerst omgerekend naar 1. In figuur 1 is een voorbeeld van zo'n berekening weergegeven.

De vraag hierbij is: Een fles met een inhoud van 700 mL is gevuld met 322 mL limonade. Hoeveel procent van de fles is gevuld?

volume	mL	700	1	322
percentage	%	100		?

Diagrammatische aanwijzingen in de tabel:
 - Rode pijl met $: 700$ boven de pijl van 700 naar 1.
 - Rode pijl met $\times 322$ boven de pijl van 1 naar 322.
 - Rode pijl met $\div 700$ onder de pijl van 100 naar 1.
 - Rode pijl met $\times 322$ onder de pijl van 1 naar ?.

Figuur 1.

Nadat de leerlingen deze getallen op de juiste plek in de tabel hebben geplaatst worden de getallen bij de pijlen berekend. De eerste pijl boven de tabel is steeds een deling, de tweede pijl een vermenigvuldiging. Dezelfde berekening moet worden toegepast op de onderste rij. Dit rekeninstrument werkt wel, maar alleen als de tabel met pijlen al gegeven is. Het is bovendien een berekening met veel stappen, ook omdat de 1 soms in de onderste rij en soms in de bovenste moet staan. Leerlingen begrijpen hierbij niet goed wat ze aan het doen zijn, ook omdat de eenheden 'uit beeld' zijn. Daardoor is dit meer een rekentruc dan een bruikbare rekenmethode.



Een goede vervolgstap zou kunnen zijn om de pijlen weg te laten en eenheden bij de getallen te plaatsen. Zie figuur 2.

700 mL		322 mL
100 %		? %

Figuur 2.

Dit is dezelfde tabel, maar overzichtelijker. De eerste stap is nu het noteren van 1 mL als tussenstap. Daarna kunnen leerlingen zelf wel bedenken dat ze moeten delen door 700 en vermenigvuldigen met 322.

Op de middelbare school kan vervolgens het terugrekenen naar 1 vervangen worden door rekenen met een vermenigvuldigingsfactor. Het berekenen van zo'n vermenigvuldigingsfactor is dan de eerste stap in het rekenen met verhoudingen.

700 mL	322 mL
100 %	? %

Figuur 3.

Het gebruik van eenheden bij elk getal maakt dit instrument voor leerlingen overzichtelijker. Het helpt bij het ordenen van de getallen. Bij deze vraag is sneller duidelijk dat 700 mL gelijk is aan 100 %, en dat berekend moet worden hoeveel procent bij 322 mL hoort. Ten slotte kan de tabel gebruikt worden om te checken of het antwoord grofweg juist is.

Breed inzetbaar

Deze verhoudingstabel is bruikbaar bij vele andere onderwerpen, zoals dichtheid, prijs per kg, molariteit, verbrandingswarmte en rekenen met massaverhoudingen. Zodra er een eenheid met 'per' in het spel is kan de verhoudingstabel ingezet worden. Bij dichtheid is een tabel zelfs overzichtelijker dan de formule $\rho = \frac{m}{v}$. Bij het voorbeeld in figuur 4 luidt de opgave: 'De massa van 0,75 L olijfolie is 690 gram. Bereken de dichtheid in kg/m³'. Na het noteren van deze twee gegevens in de tabel moet gebruikt worden dat de dichtheid gelijk

is aan de massa van een kubieke meter. Door die stap krijgt het begrip dichtheid meer betekenis.

0,75 L	1 m ³
690 gram	? kg

Figuur 4.

Vervolgens worden de eenheden omgerekend in de tabel, en kan het antwoord berekend worden.

0,75 L	1 m ³ = 1000 L
690 gram = 0,69 kg	? kg

Figuur 5.

Het antwoord kan via de vermenigvuldigingsfactor, via terugrekenen naar 1 of zelfs via het kruisproduct gevonden worden. Daarin mag elke leerling zijn/haar eigen aanpak kiezen. Een voordeel is dat de berekening steeds hetzelfde is.

De voordelen van een verhoudingstabel:

- Het helpt om de gegevens te ordenen.
- Het rekenwerk is steeds gelijk.
- Eenheden omrekenen is eenvoudiger.
- Het antwoord kan gecontroleerd worden.

Leerlingen die de verhoudingstabel gebruiken geven aan: 'Nu snap ik wat ik aan het doen ben.'

Er schuilt toch ook een klein gevaar in het gebruik van een verhoudingstabel. Sommige leerlingen passen de tabel bij elke berekening toe, en vullen lukraak getallen in. Dat gevaar verdwijnt zodra de leerlingen de eenheden bij de getallen noteren.

Tabel of formule?

Bij docenten bestaat soms weerstand tegen het gebruik van een verhoudingstabel. Zo vinden docenten natuurkunde veelal dat die tabel niet bij hun vak past. 'Natuurkunde gaat over formules, en die tabel is een trucje.' Toch valt het te overwegen om in de onderbouw zowel de formule als de verhoudingstabel aan te bieden in situaties waar dat mogelijk is. Beide instrumenten zijn bijvoor-

beeld bruikbaar bij het rekenen met snelheid en afstand.

In het voorbeeld van figuur 6 is de vraag: 'Op een sportdag loopt de snelste leerling de 100 m in een tijd van 14,5 s. Bereken de gemiddelde snelheid in km/h.'

100 m	? km
14,5 s	1 uur

Figuur 6.

Ook hier worden eerst de eenheden omgerekend en vervolgens het antwoord berekend.

100 m = 0,1 km	? km
14,5 s	1 uur = 3600 s

Figuur 7.

Het antwoord kan ook met de formule $s = v \cdot t$ gevonden worden, maar daar maken leerlingen vaak fouten bij het omrekenen van eenheden.

Door zowel de formule als de tabel aan te bieden krijgen leerlingen een keuze. Met name de wat minder sterke leerlingen kiezen dan eerder voor de tabel, want daar begrijpen ze beter wat ze aan het berekenen zijn.

Resultaten

Er is geen uitgebreid onderzoek gedaan naar de effectiviteit van Vakoverstijgend Rekenen, maar docenten en leerlingen zijn ronduit enthousiast. Leerlingen van leerjaar 3 halen hogere cijfers bij economie, natuurkunde en scheikunde. Daarnaast kiezen zij deze vakken vaker in hun pakket. Docenten merken dat hun leerlingen vooruitgang boeken, en minder worstelen met rekenen. Er is een drempel weggehaald en daardoor is er meer ruimte voor de vakinhoud. Bij de examenresultaten valt op dat het percentage onvoldoendes lager ligt dan in het verleden, bij een hoger deelnamepercentage.

Nieuw lesmateriaal

In het afgelopen schooljaar is door drie Utrechtse scholen nieuw lesmateriaal ontwikkeld voor Vakoverstijgend Rekenen.

Dit lesmateriaal beslaat vier deelgebieden (vergelijkingen, verhoudingstabel, procenten en samengestelde rekenopgaven). Het lesmateriaal is ontwikkeld voor leerlingen van leerjaar 3, bij de vakken wiskunde, natuurkunde en economie. In een later stadium zal ook oefenmateriaal voor scheikunde ontwikkeld worden.

Het lesmateriaal bestaat uit een leerlingbundel, een PPT-presentatie, video's, digitale opgaven en een docentenhandleiding. De drie vakken gebruiken voor de theorie dezelfde leerlingbundel en dezelfde presentatie. Voor het oefenen zijn er voor elk vak verschillende sets met digitale opgaven beschikbaar (quizzen voor het platform Socrative).

De afronding van het project bestaat uit een rekentoets niveau 3F. Zo'n rekentoets bestaat voor een groot deel uit samengestelde rekenopgaven. Dat zijn opgaven waarbij meerdere rekenstappen gezet moeten worden, zoals bij examenopgaven vaak het geval is. Daarbij is een verhoudingstabel een handig hulpmiddel om de gegevens te ordenen en een eerste stap in de berekening te zetten. Dat maakt dit lesmateriaal ook geschikt voor examenkandidaten die dit rekenwerk (nog steeds) lastig vinden.

Gratis kennismaken

Het lesmateriaal uit de pilot is gratis beschikbaar voor scholen die kennis willen maken met Vakoverstijgend Rekenen. Een bericht naar k.hooyman-at-boni.nl volstaat.

Inmiddels wordt ook gewerkt aan een meer professionele en digitale omgeving voor rekenonderwijs die via iedere leeromgeving (zoals Magister) toegankelijk is. De nieuwe omgeving biedt extra uitleg, oefenmogelijkheden en geeft overzicht in de vorderingen van leerlingen op alle deelgebieden.

Demonstratie en Ondersteuning

Tijdens de pilotfase van het project zijn op enkele andere scholen demonstratielessen gegeven met het nieuwe lesmateriaal. Daarbij blijkt dat leerlingen in korte tijd grote vooruitgang kunnen boeken. Daarnaast ervaren docenten wat de meerwaarde van deze aanpak is, en hoeveel winst er geboekt kan worden door met meerdere vakken samen te werken bij rekenen. Dat werkt in de praktijk veel beter dan losse rekenlessen.

Scholen die gebruik willen maken van Vakoverstijgend Rekenen kunnen daarbij ondersteuning krijgen van professionals. Die ondersteuning bestaat uit een kennismakingsbijeenkomst, een training voor docenten en het vaststellen van een invoeringstraject.

Naast trainingen voor docenten worden er ook trainingen voor (examen-)leerlingen ontwikkeld. Meer informatie hierover via een bericht naar k.hooyman-at-boni.nl.

Gezamenlijke strategie

Den Haag pleit voor verbetering van het reken- en taalonderwijs. Het ministerie

maakt zich terecht grote zorgen over het dalend niveau, en wil dat binnen twee jaar het rekenonderwijs op elke school op niveau is. Dat is een ambitieus plan, maar met Vakoverstijgend Rekenonderwijs is dat niet onhaalbaar. Het is een effectieve interventie, waarbij met een bescheiden inspanning een groot resultaat geboekt kan worden. De inbedding in het vakonderwijs zorgt, samen met de professionele leeromgeving, voor verankering in het onderwijs.

Om hier ook daadwerkelijk de nodige ondersteuning en middelen voor te krijgen uit Den Haag is het van groot belang om met alle betrokken vakken een gezamenlijke strategie te ontwikkelen en samen op te trekken. Hopelijk is deze bijdrage een aanzet tot een discussie binnen en tussen de vakverenigingen. Zij zijn immers een belangrijke speler in het onderwijsveld. ●

.....

Het project Vakoverstijgend Rekenen is een spin-off van het project SaLVO! van het Freudenthal Instituut, en is met steun van de gemeente Utrecht en de Willibrord Stichting verder ontwikkeld door het St. Bonifatiuscollege in Utrecht.

Meer informatie over dit project is te vinden op <https://tinyurl.com/4622zm72>

.....